PRÁCTICAS DE FÍSICA I

DEL

GRADO DE INGENIERÍA QUÍMICA

ÍNDICE:

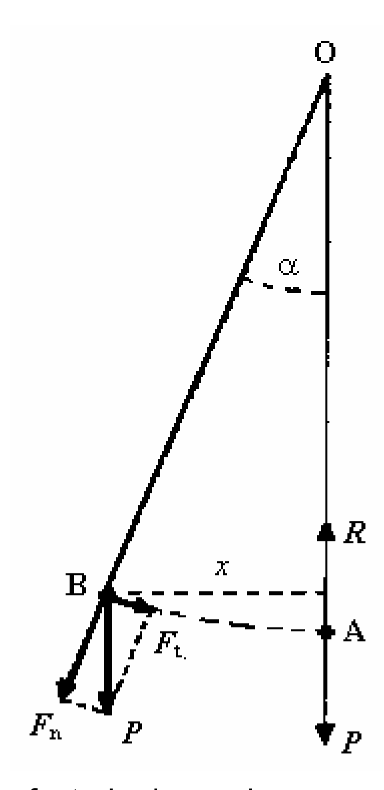
PRÁCTICA 0

Péndulo simple. Medida de la aceleración de la gravedad.

Objetivos

- Comprobación del isocronismo
- Cálculo directo de la aceleración de la gravedad
- Cálculo indirecto de la aceleración de la gravedad

Fundamento teórico



Todo cuerpo capaz de oscilar alrededor de un eje horizontal, que no pase por su centro de gravedad, constituye un péndulo.

Supongamos un cuerpo de masa *m*, suspendido de un punto fijo O mediante un hilo de masa despreciable. En reposo, el hilo se encontrará en posición vertical y el cuerpo ocupará la posición A de la figura, punto en el cual la fuerza peso, *P* = *m g*, se anula con la reacción del hilo *R*. Si desviamos el cuerpo un ángulo respecto a su posición de equilibrio A y lo llevamos a la posición B, el peso *P* se descompone en una componente F_n normal a la trayectoria que describirá la masa en su movimiento y en una componente F_t tangencial a dicha trayectoria. La componente normal se anula con la reacción del hilo. La componente tangencial tiende a devolver el cuerpo a su posición de equilibrio A. Esta fuerza siempre es opuesta a la desviación respecto del equilibrio, por ello viene afectada de un signo negativo, y es la que da origen al movimiento del péndulo.

De la figura anterior se deduce

$$F_t = -m\,g\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

Combinando esta ecuación con la 2ª ley de Newton, se tiene

$$F_t = -m\,g\,\mathrm{sen}\,\alpha = m\,a$$

Si el ángulo que forma el cuerpo con la vertical es pequeño, podemos hacer la aproximación

$$\operatorname{sen}\alpha \approx \frac{x}{L}$$

donde *L* es la distancia entre el centro de gravedad del cuerpo y el centro de suspensión O, entonces podemos poner que

$$m\,a = -m\,g \operatorname{sen}\alpha \approx -\frac{m\,g}{L}\,x = -k\,x$$

o bien

$$a = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{k}{m}\,x$$

Siempre que la aceleración de un objeto es proporcional a su desplazamiento pero con sentido opuesto, el cuerpo se mueve con un movimiento armónico simple (M.A.S.), cuya ecuación general suele escribirse en la forma:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0$$

donde a □ se le denomina frecuencia angular y su valor en nuestro sistema es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Si separamos un cuerpo de su posición de equilibrio y lo soltamos a continuación, oscila en un sentido y otro alrededor de su posición de equilibrio. El tiempo que emplea el cuerpo en realizar una oscilación completa se denomina periodo, *T*, y en el caso del M.A.S. se calcula como:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

que para nuestro sistema vale:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

y definiendo una nueva constante *K* mediante

$$K = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

se convierte en

$$T = K\sqrt{L}$$

fórmula que relaciona el periodo de nuestro péndulo con la distancia L entre el centro de gravedad del cuerpo y el centro de suspensión O.

Material

El péndulo simple que se utiliza consta de un pequeño cilindro, suspendido a través de un hilo delgado (cuya longitud se puede controlar) y sin torsión de un eje de suspensión. Para la medida de dicha longitud se dispone de una regla de 1 metro de longitud graduada en milímetros.

Para la medida de tiempos se dispone de un cronómetro cuya precisión será de 0.1 s ó 0.01 s, dependiendo del modelo utilizado.

Metodología

Comprobación del isocronismo

Es interesante hacer notar que el periodo de un péndulo no depende de la amplitud de las oscilaciones, es decir, las oscilaciones son isócronas. Naturalmente esto es válido cuando la amplitud de las oscilaciones sea lo suficientemente pequeña como para poder aproximar la trayectoria real por la magnitud x de la figura.

Se deberá comprobar el isocronismo de las oscilaciones. Para ello, fijar la longitud del hilo a un valor cercano al metro, separar el cilindro un ángulo aproximado de 5º y medir el tiempo t necesario para que se produzcan n oscilaciones. El periodo T vendrá dado por la relación:

$$T = \frac{t}{n}$$

Repetir la operación para amplitudes crecientes aumentando de 5º en 5º hasta 30º, ordenar en forma de tabla y construir una gráfica representando el periodo en función del ángulo. Comentar los resultados.

Cálculo directo de la aceleración de la gravedad

La ecuación

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

nos permite obtener la aceleración de la gravedad una vez conocido el periodo de las oscilaciones para una determinada longitud del péndulo, relación que viene dada por:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

Para ello, fijar de nuevo la longitud del hilo alrededor de 1 m y medir el periodo del mismo modo que se hizo en el apartado anterior. Con dichos valores y la anterior expresión calcular el valor de la aceleración de la gravedad.

Cálculo indirecto de la aceleración de la gravedad

De la ecuación

$$T = K\sqrt{L}$$

se deduce que, si representamos el periodo del péndulo frente a la raíz cuadrada de *L*, se obtendrá una recta cuya pendiente será

$$K = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

expresión que nos permitirá obtener *g*.

Para ello, determinar el periodo *T* para diferentes longitudes del péndulo. Hacer la representación gráfica y calcular la pendiente de la recta que mejor se ajusta al conjunto de datos experimentales. A partir de dicha pendiente obtener el valor de la aceleración de la gravedad.

Resultados

1) Siguiendo las pautas descritas en el apartado anterior, llévense a cabo las medidas necesarias para la comprobación del isocronismo del péndulo. Construya una gráfica que represente el fenómeno de forma adecuada. Coméntense los resultados obtenidos.

2) En segundo lugar, determínese el valor de la aceleración de la gravedad y su error mediante el procedimiento directo descrito anteriormente.

3) Por último, determínese el valor de la aceleración de la gravedad por el procedimiento indirecto y compare el resultado con el obtenido en el apartado anterior.

En todos los apartados, y con el objeto de obtener una clara visión de los datos, ordénense los mismos en forma de tabla. Asimismo, deberá justificarse siempre el número de medidas realizadas. Se incluirá también cualquier cálculo o comentario que se considere oportuno.

PRÁCTICA Nº 1

LEYES DE NEWTON

OBJETO

Estudio del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. En particular, lo siguiente:

1.- Desplazamiento en función del tiempo. 2.- Velocidad en función del tiempo. 3.- Aceleración en función de la masa acelerada. 4.- Aceleración en función de la fuerza impulsora.

MATERIAL

Carril neumático con su compresor. Carrito deslizante con contactos. Hilo con portapesas. Pesas de distintas masas (1, 2, 5, 10, 20 y 50 g). Cinta métrica (adosada al carril). Dispositivo de cronometraje fotoeléctrico.

FUNDAMENTO

El dispositivo permite la medida de la velocidad instantánea del móvil, como se explicará más adelante.

Según la segunda ley de Newton, cuando se aplica una fuerza constante a un cuerpo, éste adquiere una aceleración constante (*movimiento uniformemente acelerado*), que es proporcional a la fuerza aplicada, siendo la masa del cuerpo la constante de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración; es decir,

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a} \qquad (1)$$

En donde, $\mathbf{a} = d^2\mathbf{r}/dt^2$, siendo $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ el *vector de posición* de la masa.

En esta práctica vamos a estudiar el movimiento uniformemente acelerado de un cuerpo que desliza con rozamiento despreciable por un carril recto y horizontal, sometido a una fuerza constante (gravitatoria).

Recordemos que, en un movimiento monodimensional de este tipo, la velocidad instantánea en función del tiempo viene dada por

$$v = v_0 + a(t - t_0) \qquad (2)$$

y el desplazamiento en función del tiempo por

$$r = r_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \ , \qquad (3)$$

en donde, t_0 es el instante en que comienza el movimiento, y r_0 y v_0 son el desplazamiento y la velocidad iniciales del cuerpo.

Como al utilizar nuestro dispositivo experimental, vamos a empezar a contar el tiempo en el momento en que el movimiento se inicie ($t_0 = 0$), podremos suponer: $v_0 = 0$, y las ecuaciones anteriores se reducirán a las siguientes:

$$v = a\,t \qquad (4)$$

$$r = r_0 + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (5)$$

con
$$a = \frac{F}{m} \qquad (6)$$

En el dispositivo experimental, disponemos de un hilo que conecta un carrito deslizante (al que se le pueden añadir pesas y cuya masa total llamaremos m_2), con un portapesas, del que podemos colgar distintas masas (de 1 a 50 g), mediante las cuales podemos aplicar al carrito diferentes fuerzas impulsoras (peso), de valor:

$$F = m_1\,g \qquad (7)$$

siendo g la aceleración de la gravedad y m_1 la masa colgada del portapesas(más la masa del portapesas). La masa m_1 está unida, por tanto, a la masa m_2 que se mueve con el carrito y, por consiguiente, la ecuación del movimiento será:

$$(m_1 + m_2)\,a = m_1\,g$$

Despejando la aceleración, tendremos.

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} g \qquad (8)$$

Sustituyendo en (4), tendremos la expresión para la velocidad instantánea en función del tiempo:

$$v(t) = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} t \qquad (9)$$

Y si sustituimos (8) en (5), tendremos también el desplazamiento (distancia recorrida) en función del tiempo:

$$r(t) = r_0 + \frac{1}{2} \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} t^2 \qquad (10)$$

DESCRIPCIÓN DEL APARATO

El carril neumático disponible para realizar esta práctica, está constituido, básicamente, por una barra metálica hueca de sección triangular, de unos 200 cm de largo y montada sobre un soporte del mismo material.

Dicha barra posee numerosos orificios pequeñitos en sus caras laterales por los que sale el aire inyectado a presión por uno de los extremos de la barra mediante un compresor. También dispone de una polea en el extremo contrario para poder hacer pasar por ella el hilo con el portapesas.

Sobre la barra puede deslizar, prácticamente sin rozamiento debido al “colchón de aire”, un carrito deslizador metálico (al que más bien deberíamos llamar “trineo”) que se ajusta a la forma de la barra.

El sistema de medida de tiempos está constituido por un dispositivo fotoeléctrico que consta de un disparador electromagnético, un reloj electrónico y una “barrera” en forma de herradura. El disparador sirve para retener el trineo hasta el momento de iniciar la medida (“disparo”) y la “barrera” contiene el mecanismo encargado de detener el reloj en el momento en que es atravesada por el trineo.

Lo que detecta la barrera (mediante la ruptura de un rayo laser que cierra la “herradura”) es el paso de una pantalla rectangular negra que lleva el carrito adosada en su parte superior. En las posiciones marcadas por la fila de botones superiores del reloj (“Normal”) la barrera detecta el paso del filo delantero de la pantalla, marcando el tiempo t_1; mientras que en las posiciones marcadas por la fila inferior de botones (posición “invert”), detecta el paso del filo trasero de la misma, marcando el tiempo t_2. Por esta razón, cada una de las medidas que se citarán en el apartado “Método”, ha de efectuarse en realidad con dos medidas con idénticas condiciones iniciales, pero una “normal” (botones de arriba) y otra “invert” (los de abajo). De esta forma podremos calcular para cada distancia (al menos en aquellas en que queramos medir la velocidad instantánea) la velocidad instantánea del carrito, sin más que dividir la longitud de la pantalla (Δs) por el tiempo $\Delta t = t_1 - t_2$ en que la pantalla permanece bajo el haz de luz laser de la herradura:

$$v\left(t_1 + \frac{\Delta t}{2}\right) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (11)$$

Si la pantalla es pequeña (~ 10 cm), la aceleración durante el tiempo Δt puede considerarse como despreciable.

ADVERTENCIAS

1.- Con el fin de no dañar el dispositivo, no se debe de mover el carrito sobre el carril mientras no está el compresor en marcha (el “cojín de aire”).

2.- Hay que colocar un libro, libreta o carpeta sobre el suelo al pie del portapesas, para evitar que, al caer éste accidentalmente, se rompa o pueda dañar el suelo.

MÉTODO

(1) Poner en marcha el compresor y el sistema de cronometraje (**¡recordar que no se debe mover el carrito sin poner en marcha el compresor!**).

(2) Elegir la distancia que va a recorrer el carrito (utilizar al menos cinco distancias distintas a intervalos regulares) mediante la "herradura", sabiendo que ésta dispone de una lucecita roja que se apaga en el momento que la pantalla pasa por delante (y que coincide, por tanto, con la posición a la que se va a detener el reloj).

(3) Colocar una masa en el portapesas [m_1 = masa del portapesas + masa de la(s) pesa(s)], anotando su valor y el de la masa m_2 del carrito. Anotar también la distancia que recorrerá dicho carrito desde el disparador hasta la barrera.

(4) Poner el reloj a cero (tecla "null") y disparar el móvil, realizando así la primera medida. Recordar que hay que repetir la misma medida con la posición "Invert" del reloj, anotando los dos tiempos t_1 y t_2. Hágase el número de medidas necesario.

(5) Repetir el proceso anterior (acordándose de volver a poner el reloj de nuevo a cero) para la misma masa m_1, pero para diferentes distancias de recorrido del carrito (cambiando la posición de la barrera). Hacerlo para, al menos, cinco posiciones diferentes, separadas una de otra por 10 cm por lo menos.

(6) Tomando estas medidas como base, dibujar la curva que nos da el desplazamiento en función del cuadrado del tiempo, $r = r(t^2)$.

(7) Dibujar la gráfica de la velocidad instantánea en función del tiempo, $v = v(t)$. Recordar que, para esta gráfica, tenemos que calcular v como $\Delta s/\Delta t$ y adjudicársela al instante $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$.

(8) A partir de la gráfica $v = v(t)$, deducir el valor de la aceleración a [y comparar con el valor que se deduce de la fórmula (8)], que coincide con la pendiente de la curva. Para los cálculos aplicar el método de los mínimos cuadrados.

(9) Manteniendo constante la masa m_1, así como la distancia recorrida, variar m_2 colocando sucesivamente pesas en los ganchitos que existen a ambos lados del carrito (de forma simétrica). Medir los tiempos de recorrido, repitiendo esta medida para, al menos, cinco masas diferentes entre 1 y 20 g. Calcular la aceleración para cada m_2 .

(10) Dibujar ahora la gráfica de la aceleración en función de la masa acelerada, a = a(m_2).

(11) Vamos ahora a ver la relación entre la aceleración y la fuerza impulsora *F*, para lo que es necesario que la masa total (carrito + pesas + portapesas) permanezca constante. Para ello, una vez elegida la masa total a utilizar, habrá que repartirlas entre el carrito (simétricamente, no se olvide) y el portapesas. La primera medida se realiza con la masa más pequeña posible sobre el portapesas. Manteniendo fija la distancia recorrida, se van transfiriendo tandas de 2 g (1 g de cada lado) del carrito al portapesas y se miden los respectivos tiempos de recorrido. m_1 no deberá exceder de 20 g.

(12) Calcular las correspondientes aceleraciones y dibujar la gráfica de estas en función de la fuerza impulsora, a = a(F). Verificar si la pendiente coincide con los valores que se deducen de la fórmula (8).

DATOS

Masa del portapesas: 10,34± 0,01 g

Masa del carrito: 210,21 ± 0,01 g

Anchura de la pantalla: Δs = 100,75 ± 0,01 mm.

PRÁCTICA Nº2

CAIDA LIBRE DE LOS CUERPOS

OBJETO

Determinar el valor de la aceleración local de la gravedad g, mediante la medida del tiempo de caída de objetos, así como su dependencia de la masa.

MATERIAL

Aparato de caída libre de 1 m, con electroimán (ver figura final). Contador digital de tiempos de 0,1 ms. Cables de conexión. Dos bolas de acero de masas diferentes.

FUNDAMENTO

Cuando dejamos un objeto moverse únicamente bajo la acción de la gravedad (caída libre), se mueve con aceleración constante, si no tenemos en cuenta las fuerzas de rozamiento que, para el caso de esferas duras en el aire, tienen un efecto despreciable.

La fuerzas gravitatorias obedecen a la Ley de Newton

$$F_g = G\frac{M_T m}{r^2} \qquad (1)$$

en donde M_T es la masa de la Tierra, *m* la masa del objeto que cae, r la distancia desde el centro de gravedad del objeto al de la Tierra y *G* la constante de la gravitación universal ($6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/Kg^2). A su vez, $r = R_T + h$, siendo R_T el radio de la Tierra y h la altura del objeto respecto al nivel del mar. Como R_T = 6380 Km y $h \approx 560$ m, podemos escribir con una gran aproximación $r \approx R_T$ y, por tanto,

$$F_g = G\frac{M_T m}{{R_T}^2} \qquad (2)$$

es decir,

$$g = \frac{GM_T}{{R_T}^2} \qquad (3)$$

que es la llamada *aceleración de la gravedad* y

$$F_g = m\,g \qquad (4)$$

que es el *peso* del cuerpo.

Como puede verse aquí, *g* debe de ser, en principio, independiente de la masa del cuerpo.

De lo anterior se deduce que podemos despreciar la dependencia de g con la altura mientras sea h << R_T, como es nuestro caso. Por lo tanto, en nuestro experimento, g es una constante del movimiento, es decir, se va a tratar de un *movimiento uniformemente acelerado*.

Ahora bien, si g = dv/dt (= const.), para un movimiento rectilíneo, siendo *v* la velocidad del cuerpo en cualquier instante, podremos integrar esta expresión y obtener

$$v = v_0 + g\,(t - t_0) \qquad (5)$$

siendo v_0 la velocidad (inicial) en el instante t_0. Y, teniendo en cuenta que v = ds/dt , siendo *s* el desplazamiento del cuerpo, podemos volver a integrar para obtener

$$s = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \qquad (6)$$

siendo s_0 el desplazamiento inicial. En nuestro caso, como suele hacerse, vamos a empezar a contar el tiempo (t_0 = 0) en el momento en el que la masa *m* empieza a moverse, por lo que v_0 = 0, y podremos escribir

$$v = g\,t \qquad (7)$$

y $s - s_0 = \frac{1}{2}gt^2$. Pero ($s - s_0$) no es más que la distancia vertical recorrida (altura), por lo que haremos $s - s_0 = h$, y nos quedará

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (8)$$

y, eliminando el tiempo entre las dos ecuaciones anteriores, tendremos

$$v^2 = 2\,g\,h \qquad (9)$$

Para comenzar este experimento, vamos a calcular *g* a partir de la ecuación (8), poniéndola en la forma

$$g = \frac{2h}{t^2} \qquad (10)$$

MÉTODO

(1) Conectar todos los elementos y encender el contador de tiempos. Presionar el botón “STOP” y después el de “RESET”, para poner a cero el contador.

(2) Escoger una de las dos bolas de acero de la cajita detrás de la columna de medida y medir su masa con la balanza del laboratorio.

(3) Colocar la plataforma superior del la columna de medida en el punto más alto de la escala (100 cm).

(4) Presionar el botón “START” del contador. La bola se soltará y caerá sobre la placa inferior. El contador empezará a contar el tiempo en el momento en que la bola se libera y se detendrá cuando la bola choque abajo; es decir, el tiempo marcado será el tiempo de caída.

ADVERTENCIA: Las bolas, después de golpear la placa inferior de la columna, saldrán rodando y habrá que estar atentos para cogerla antes de que caiga al suelo y puedan estropearse tanto una como otro.

(5) Repetir la medida tantas veces como sea necesario.

(6) Descender la plataforma superior de 10 en 10 cm y repetir para cada altura la anterior serie de medidas. Realícense, al menos, cinco series (alturas) diferentes.

(7) Cambiar ahora de bola y volver a realizar todas las diferentes medidas que se hicieron con la bola anterior.

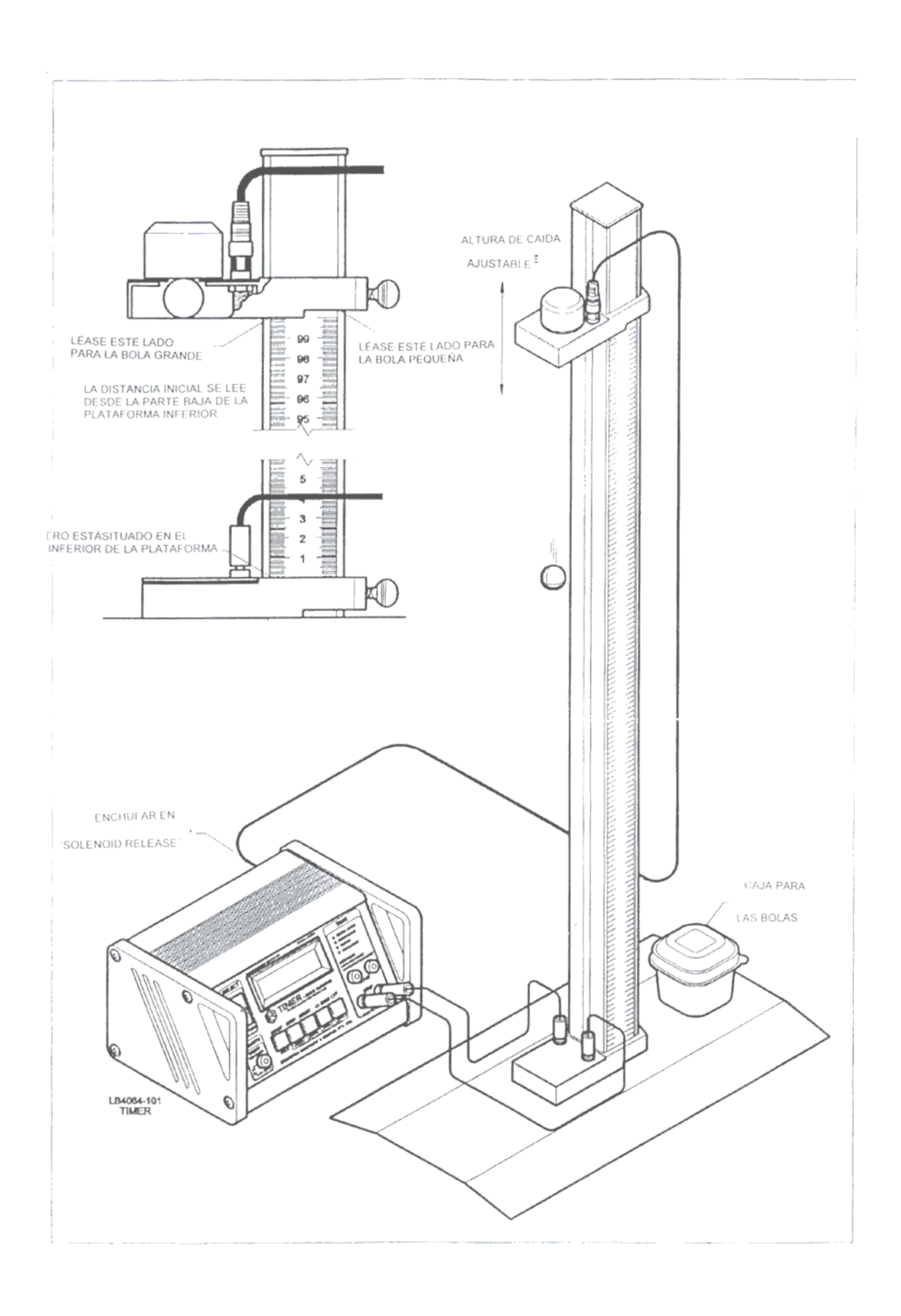
(8) Hacer dos tablas (una para cada bola) en donde aparezcan h, t y t^2.

(9) Dibujar ahora las gráficas $h = h(t)$ y $h = h(t^2)$ para cada bola y ajustar el segundo tipo de gráficas mediante el método de los mínimos cuadrados.

(10) Deducir ahora los valores de g de los anteriores cálculos de regresión.

¿Cuál es la conclusión principal a la que podemos llegar?

(11) Utilizando el valor de g obtenido, realícese una nueva tabla (o reutilícese alguna de las preexistentes) de la velocidad final (v_f) para cada altura a partir de la ecuación (9) y dibújese una nueva gráfica $v = v(h)$, comprobándose mediante cálculos de regresión el valor de g utilizado.


LÉASE ESTE LADO
PARA LA BOLA GRANDE
LÉASE ESTE LADO PARA
LA BOLA PEQUEÑA
LA DISTANCIA INICIAL SE LEE
DESDE LA PARTE BAJA DE LA
PLATAFORMA INFERIOR
99
98
97
96
95
5
3
2
1
ERO ESTÁSITUADO EN EL
INFERIOR DE LA PLATAFORMA
ALTURA DE CAIDA
AJUSTABLE
ENCHUFAR EN
'SOLENOID RELEASE'
CAJA PARA
LAS BOLAS
TIMER
LB4064-101
TIMER

PRÁCTICA Nº 3

MOMENTO DE INERCIA DE UN VOLANTE

OBJETO

Determinación del momento de inercia de un volante.

MATERIAL

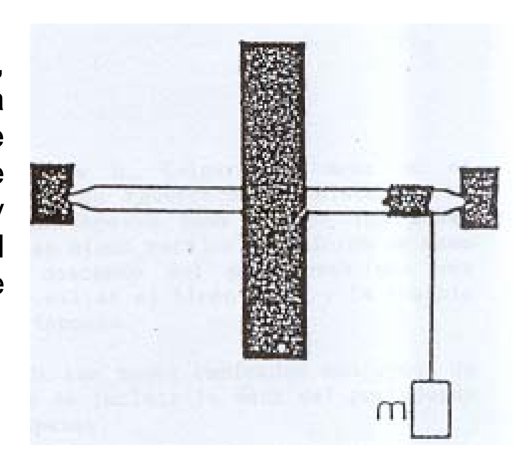
Dispositivo con volante y portapesas. Cronómetro. Cinta métrica (o escala milimetrada en la pared). Pesas.

FUNDAMENTO

Se va a determinar el *momento de inercia* de un volante (ver figura). El sistema utilizado consta de un volante en cuyo eje enrollaremos un hilo del que pende una masa *m*, la cual, al comenzar a medir, situaremos a una cierta altura h_0 sobre el suelo. Si, en ese momento, la dejamos en libertad, empezará a descender con un movimiento uniformemente acelerado. La caída de la masa provoca la rotación del volante. El aumento de energía cinética de la masa y del volante se realiza a expensas de la disminución de la energía potencial de la masa *m*, de modo que cuando está a la altura *h*, tendremos:

$$E_{p_i} - E_{p_f} = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 \qquad (1)$$

siendo I el momento de inercia del volante, ω la velocidad angular del volante y *v* la velocidad lineal de la masa en el instante en que está a la altura *h*. La relación entre ambas velocidades (ya que no hay deslizamiento) será ω = v / R, siendo *R* el radio del eje del volante . Por tanto, (1) se puede escribir como



$$E_{p_i} - E_{p_f} = \frac{1}{2} I \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2} m v^2 \qquad (2)$$

Si la masa *m* recorre la distancia $\Delta h = (h_0 - h)$ en un tiempo *t*, la velocidad final valdrá: $v = \frac{2\Delta h}{t}$. Sustituyendo este valor en (2), tendremos:

$$E_{p_i} - E_{p_f} = \frac{1}{2} I \frac{4(\Delta h)^2}{t^2 R^2} + \frac{1}{2} m \frac{4(\Delta h)^2}{t^2} \qquad (3)$$

En esta ecuación todos los parámetros pueden determinarse experimentalmente; deduciéndose por tanto el valor del momento de inercia del volante:

$$I = \frac{\left(E_{p_i} - E_{p_f} - \frac{1}{2} m \frac{4(\Delta h)^2}{t^2}\right) 2t^2 R^2}{4(\Delta h)^2} \qquad (4)$$

Si tomamos como origen de energías potenciales el punto más bajo alcanzado por la masa *m*, $E_{p_f} = 0$ y $E_{p_i} = mg\Delta h$. Obtenemos entonces:

$$I = \frac{\left(mg - \frac{2m\Delta h}{t^2}\right) t^2 R^2}{2\Delta h} \qquad (4)$$

Quedando finalmente:

$$I = \frac{t^2 mgR^2 - 2R^2 m\Delta h}{2\Delta h} \qquad (5)$$

Y, si ahora expresamos t^2 en función de 1/m, tendremos:

$$t^2 = \frac{2\Delta h I}{gR^2}\frac{1}{m} + \frac{2\Delta h}{g} \qquad (6)$$

ecuación que nos permite calcular I a partir de la recta representada por esta ecuación, que es de la forma:

$$t^2 = a\frac{1}{m} + b \qquad (7)$$

MÉTODO:

(1) Fijar y medir la altura Δh. Colocar el portapesas al altura h_0 y medir el tiempo que tarda éste en recorrer la distancia Δh.

(2) Repetir la operación, añadiendo al portapesas las masas de las pesas disponibles (cada una encima de la anterior) hasta agotarlas, con el fin de obtener seis parejas de valores de masa y tiempo.

ADVERTENCIA: Hay que detener el descenso del portapesas una vez sobrepasada la distancia *h*, con el fin de evitar el tirón final y la posible rotura del hilo de suspensión del portapesas. Por la misma razón, antes de empezar a medir, colocar debajo del recorrido del portapesas una banqueta (y un libro, libreta o carpeta), para amortiguar el golpe, en caso de que no lo podamos detener a tiempo, y evitar también la rotura del suelo.

(3) Medir los valores de las masas empleadas con la ayuda de la balanza común del laboratorio. Hay que tener cuidado en poner de acuerdo los tiempos medidos con las masas empleadas, ya que éstas son muy diferentes y por lo tanto **no son intercambiables**. Recuerde que hay que incluir en todos los cálculos la masa del portapesas (cuyo valor estará anotado al lado del volante).

(4) Tabular adecuadamente los datos experimentales, incluyendo los valores de m, t, t^2 y $1/m$.

(5) Dibujar la gráfica de t^2 en función de $1/m$, utilizando los datos experimentales.

(6) Realizar el ajuste de la recta por el método de los mínimos cuadrados y representar la recta obtenida de esta forma. Utilizar la pendiente de ésta, a, para deducir el valor del momento de inercia I (no olvidarse de medir el radio R del eje del volante), deducido de la fórmula (6), obteniendo asimismo una estimación de su error por regresión (a partir del Δa).

PRÁCTICA Nº 4

CONSTANTE ELÁSTICA DE UN MUELLE

OBJETIVO

Determinar la constante elástica de un muelle por el método estático y el dinámico. Determinar la masa efectiva del muelle.

MATERIAL

Soporte con un muelle vertical. Juego de pesas. Escala métrica o catetómetro. Cronómetro.

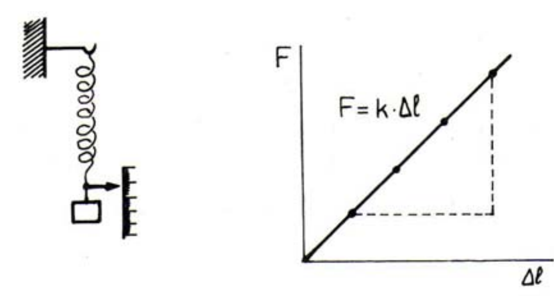
FUNDAMENTO

Cuando se cuelgan pesas en el extremo inferior de un muelle metálico helicoidal, sujeto por su extremo superior, el muelle se alarga y los alargamientos son, siempre que no se sobrepase el límite de elasticidad, proporcionales a las fuerzas aplicadas (*ley de Hooke*).

Si es ℓ la longitud del muelle y $\Delta\ell$ el alargamiento que le produce una fuerza de tracción F, se tiene

$$F = k\,\Delta\ell \qquad (1)$$

Donde k es la llamada *constante elástica* o *recuperadora* del muelle. Para determinar el valor de dicha constante se puede seguir un procedimiento estático (directo) o un procedimiento dinámico (indirecto).

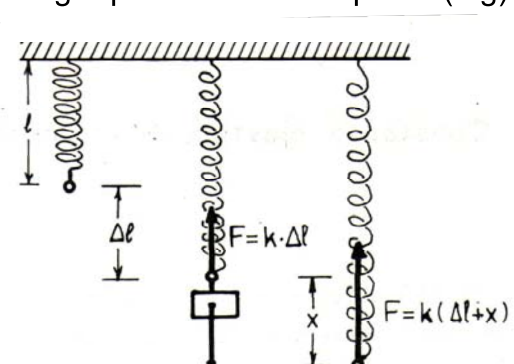


Procedimiento estático.-

Se van colgando del muelle, sucesivamente, pesas en orden creciente, y se miden los alargamientos $\Delta\ell$ correspondientes. Representando gráficamente los resultados, F en ordenadas y $\Delta\ell$ en abcisas, debe resultar una recta, cuya pendiente es la constante elástica $k = F/\Delta\ell$

Procedimiento dinámico.-

Cuando del muelle colocado verticalmente se suspende una masa M, éste se alarga por acción del peso (Mg) hasta que se alcanza una posición de equilibrio, de forma que la fuerza recuperadora del resorte iguale al peso, esto es



$$k\,\Delta\ell = Mg \qquad (2)$$

Mediante la aplicación de una fuerza adicional producimos un nuevo

alargamiento x y abandonamos el sistema. El alargamiento del muelle será $\Delta\ell$+x, y la fuerza vertical hacia arriba que ejerce el muelle sobre la masa (*fuerza recuperadora*) será k($\Delta\ell$+x), de modo que habrá una fuerza neta sobre la masa

$$F = Mg - k(\Delta\ell + x) = -k\,x \qquad (3)$$

y por la segunda ley de Newton

$$-k\,x = M\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (4)$$

o bien

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + k\,x = 0 \qquad (5)$$

que es la ecuación del movimiento armónico simple, siendo x la distancia medida desde la posición de equilibrio. La masa oscilará armónicamente con un periodo

$$T = 2\,\pi\,\sqrt{M/k} \qquad (6)$$

Salvo para el caso ideal de un muelle de masa nula, habrá que hacer alguna modificación por el hecho de que también el muelle oscila. Pero no es posible sumar simplemente la masa del muelle a la del cuerpo suspendido, porque no todas las partes del primero oscilan con la misma amplitud; la amplitud del extremo inferior es igual a la del cuerpo suspendido, mientras que la del extremo superior es nula. Si designamos por m la masa del muelle, deberemos añadir a la masa M del cuerpo suspendido, una fracción f de m, y será

$$(M + f_m)\frac{d^2x}{d\,t^2} + k\,x = 0$$

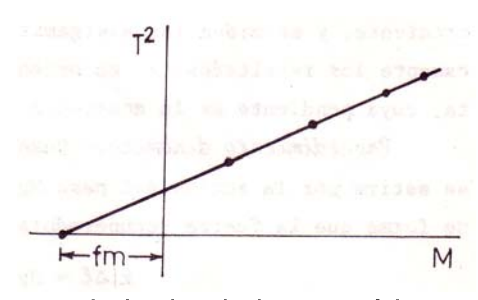
(7)

por lo que

$$T = 2\,\pi\,\sqrt{(M + f_m)/k} \qquad (8)$$

donde T será el periodo real determinado experimentalmente. De la ecuación anterior se obtiene

$$T^2 = \frac{4\,\pi^2}{k}M + \frac{4\,\pi^2}{k}f_m \qquad (9)$$



Así, si repetimos la experiencia para distintos valores de M, y representamos gráficamente los valores obtenidos de los cuadrados de los periodos (T^2) frente a las masas correspondientes (M), la gráfica resultante deberá ser una recta. Del valor de la pendiente de dicha recta se puede deducir el de la constante elástica k; la intersección con el eje de abcisas será la masa efectiva f_m del muelle; con éste valor y el de *m* se deduce el de f_m.

MÉTODO

a) Método estático

Para comenzar se debe determinar, empleando la balanza, la masa de cada una de las pesas que se vayan a usar.

(1) Colgar el portapesas y determinar en la escala métrica la posición de equilibrio. A partir de ese punto se realizarán las medidas de los alargamientos.

(2) Ir aumentando paulatinamente el peso suspendido (añadiendo pesas), midiendo los alargamientos correspondientes. Anotar los resultados en una tabla, incluyendo los correspondientes errores.

(3) Representar gráficamente los resultados anotados en la tabla, con la fuerza en ordenadas y el alargamiento en abcisas, indicando los correspondientes rectángulos de error.

(4) A partir de dicha gráfica determinar el valor de la constante elástica junto con la estimación de su error, para ello se debe obtener la recta de ajuste mediante el método de mínimos cuadrados.

b) Método dinámico

(5) Cuelgue la primera pesa del extremo inferior del muelle. Una vez alcanzado el equilibrio, tire de la pesa suavemente hacia abajo, soltándola después.

(6) Deje que la masa realice algunas oscilaciones y cronometre después el tiempo que emplea en efectuar un cierto número de ellas (por ejemplo 20). Obtenga el valor del periodo.

(7) Repita la operación aumentando paulatinamente las masas suspendidas (añadiendo pesas) y lleve los resultados a una tabla.

(8) Construya una tabla con los valores de M y T^2, lleve estos datos a una gráfica, representando T^2 en ordenadas y M en abcisas. No olvide representar los correspondientes errores.

(9) Determine la masa del muelle m utilizando la balanza.

(10) A partir de los datos anteriores obtenga los valores de la constante elástica k y de la fracción de la masa del muelle f. Para ello realice el ajuste por el método de mínimos cuadrados.

CUESTIONES

1. Compare los resultados de la constante elástica obtenidos por ambos métodos.

2. Demuestre que teóricamente f=1/3, de forma que la masa efectiva del sistema oscilante es M+m/3.

3. ¿Se podría utilizar un muelle vertical como el de esta práctica para determinar el valor de la aceleración de la gravedad? ¿Cómo?

PRÁCTICA Nº 5

PÉNDULO DE KATER

OBJETO

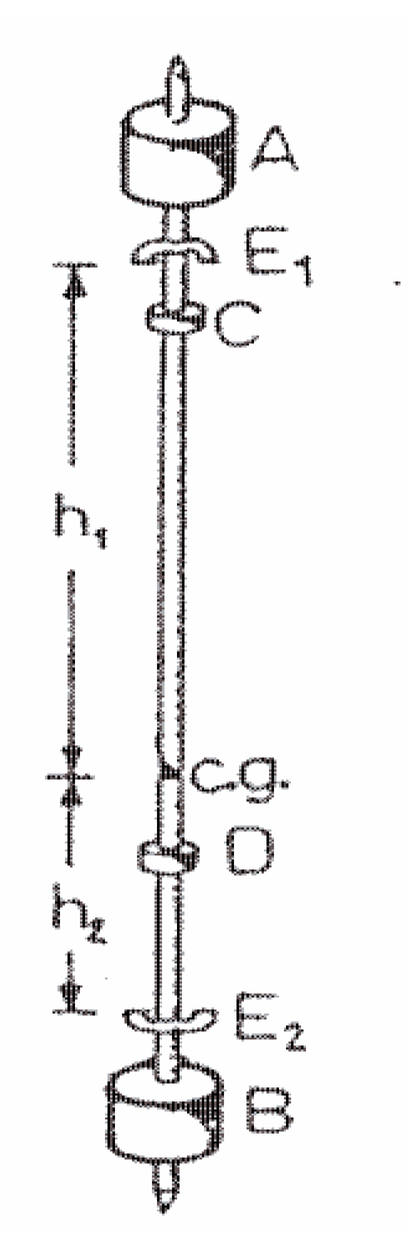
Determinar la aceleración de la gravedad con el péndulo reversible de Kater.

MATERIAL

Péndulo de Kater, cinta métrica, cronómetro y calibre.

FUNDAMENTO

El péndulo de Kater está formado (ver figura) por una barra metálica con dos cuchillas que sirven de centro de suspensión (E_1 y E_2). Más allá de las cuchillas, y entre ellas, hay dos cilindros iguales (A y B) que se pueden mover a lo largo de la barra.



Si hacemos oscilar el péndulo suspendiéndolo de cada una de las cuchillas, de forma que los periodos T_1 y T_2 sean iguales, aplicando la fórmula del péndulo compuesto tenemos:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + h_1^2}{g h_1}} \qquad (1a)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + h_2^2}{g h_2}} \qquad (1b)$$

siendo h_1 y h_2 las distancias de los centros de suspensión al centro de gravedad, por lo tanto si $T_1=T_2$:

$$\left(k^2 + h_1^2\right)h_2 = \left(k^2 + h_2^2\right)h_1 \qquad (2)$$

o sea $h_1h_2=k^2$ y

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h_2 + h_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (3)$$

siendo l la longitud del péndulo simple equivalente que en este caso será igual a la distancia entre cuchillas. Así podemos calcular g:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \qquad (4)$$

Bessel demostró que para la

determinación exacta de g, no es necesario el lento proceso que nos llevaría hacer los dos periodos exactamente iguales. Es suficiente con que sea aproximadamente iguales, es decir, que su diferencia sea muy pequeña. Así, de las expresiones de T_1 y T_2 podemos obtener:

$$\frac{g h_1 T_1^2}{4\pi^2} = h_1 + k^2 \quad (5a)$$

y

$$\frac{g h_2 T_2^2}{4\pi^2} = h_2 + k^2 \quad (5b)$$

Restando y ordenando tenemos:

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 h_1 - T_2^2 h_2}{h_1^2 - h_2^2} \quad (6)$$

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2(h_1 + h_2)} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(h_1 - h_2)} \quad (7)$$

Si el centro de gravedad se encuentra mucho más cerca de una cuchilla que de la otra, entonces la diferencia h_1-h_2 no es pequeña, y puesto que T_1 es aproximadamente igual a T_2, el segundo término será muy pequeño y por lo tanto es suficiente con una evaluación aproximada de h_1-h_2.

MÉTODO:

1) Con la cinta métrica se mide la distancia $l=h_1+h_2$.
2) Suspender el péndulo de una de las cuchillas y determinar su periodo, para ello mediremos el tiempo correspondiente a 20 oscilaciones, procediendo a continuación a evaluar el periodo y su error.
3) Suspender el péndulo de la otra cuchilla y ajustar A y B para obtener un periodo lo más próximo al anterior, midiendo también el tiempo correspondiente a 20 oscilaciones completas.
4) Volver el péndulo a la otra cuchilla y recalcular el periodo, operando de esta forma, por tanteo, hasta obtener dos periodos lo más próximos posibles, actuando siempre sobre las masas móviles A y B.
5) Una vez obtenido esto, calcular exactamente los periodos T_1 y T_2 midiendo ahora el tiempo de 100 oscilaciones.
6) El centro de gravedad de la barra se determina suspendiendo ésta, a forma de balanza sobre la arista de cualquier objeto, con lo que obtenemos h_1 y h_2, la distancia de este centro de gravedad a cada una de las cuchillas.
7) Con los datos T_1, T_2, h_1 y h_2 obtener la aceleración de la gravedad a partir de la expresión (7).

PRÁCTICA Nº 6

ELASTICIDAD: FLEXIÓN DE UNA BARRA

OBJETO

Verificar la ley de Hooke en el caso de la flexión y determinar el módulo de Young del material.

MATERIAL

Barra o varilla problema. Soporte. Colección de pesas. Regla graduada. Calibrador y/o palmer. Reloj Comparador.

FUNDAMENTO

Se dice que un cuerpo experimenta una *deformación elástica* cuando recupera su forma inicial al cesar la fuerza que produjo la deformación. Robert Hooke (1635-1703) realizó numerosos experimentos para estudiar la elasticidad de los materiales y, a partir de sus observaciones experimentales, llegó a enunciar la ley que lleva su nombre: Para un material elástico, dentro de los límites de elasticidad, la deformación es proporcional a la fuerza aplicada.

Las características elásticas de una material homogéneo e isótropo quedan completamente definidas por el conocimiento de su *módulo de Young*, *E*, y su *coeficiente de Poisson*, *σ*. En esta práctica nos preocuparemos solamente del módulo de Young.

Cuando se flexiona una varilla, ésta experimenta un alargamiento por su parte convexa y una contracción por la cóncava. El comportamiento de la varilla está determinado por el módulo de Young del material del que está hecha; de modo que el valor de dicho módulo puede determinarse mediante experimentos de flexión.

Utilizaremos una varilla de sección transversal rectangular apoyada sobre cuchillas por sus dos extremos (o sobre placas, haciendo las veces de cuchilla el filo que toca con la varilla). Si aplicamos una fuerza vertical hacia abajo, *F*, en el punto medio de la varilla, la deformación elástica que ésta experimenta se traduce en un descenso de dicho punto, llamado *flecha de flexión*, *S*, que, por la ley de Hooke, es proporcional a la fuerza aplicada, esto es

$$S = k\,F \qquad (1)$$

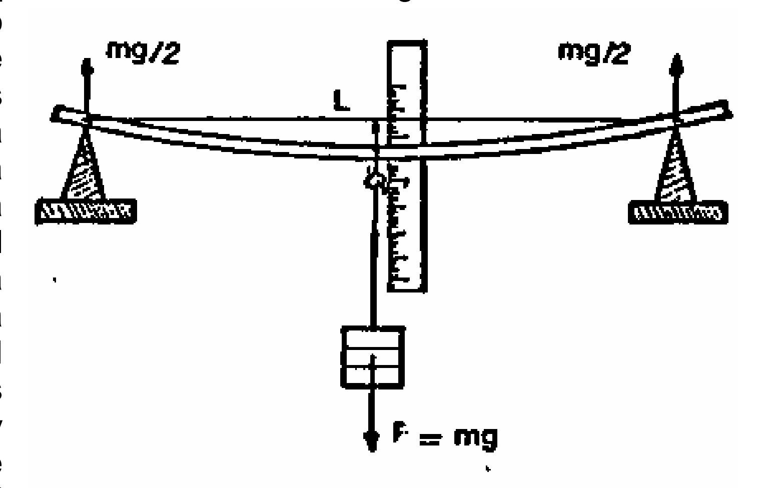
Siendo *k* una constante de proporcionalidad (*constante elástica*) que depende de las características geométricas de la varilla y del módulo de Young, *E*, del material. El cálculo demuestra que

$$S = \frac{1}{4E}\frac{L^3}{ab^3}F \qquad (2)$$

para una varilla de sección rectangular, siendo *L* la longitud de la varilla (distancia entre las dos cuchillas), *a* la anchura de la varilla y *b* la altura o grosor de la misma.

Si F se mide en Newtons y todas las longitudes en metros, el módulo de Young vendrá expresado en N/m^2 o Pascales.

NOTA: Las medidas se harán cargando gradualmente la barra con las pesas y midiendo las flechas correspondientes. Una vez conseguida una deformación suficiente (es decir, cuando se agotan las pesas), se volverán a realizar las medidas pero ahora descargando la barra gradualmente hasta regresar al estado inicial descargado. Si se observa una diferencia sistemática (como es, usualmente, el caso) entre las medidas "ascendentes" y "descendentes", y si no se recobra el estado inicial (dentro del margen de precisión de las medidas) es una indicación de que la varilla ha sufrido una deformación permanente, seguramente debido a que se ha cargado excesivamente y se ha rebasado el límite elástico.



En este caso, o bien habrá que repetir las medidas hasta que no se presenten anomalías o bien habrá que cargar menos la barra. En cualquier caso, como se sugiere en el "Método", podrá utilizarse un método correctivo de promediado de medidas.

MÉTODO:

(a) **Manejo del reloj comparador:**

El reloj comparador posee un tallo central móvil, que sirve para "recibir" los desplazamientos que hay que medir. Al inicio de la práctica, deberá estar apoyado sobre la parte superior de la varilla que hay que medir, debiéndose verificar que este apoyo no es demasiado intenso (la varilla L en la figura), es decir, que la varilla sólo está muy ligeramente doblada.

Si la aguja no indica el cero, póngase. Para ello aflojar el tornillo lateral (en caso de que no lo esté). De este tornillo pende una laminita que sirve para fijar el cero, una vez puesto. Si no es así, gírese la tapa de cristal, hasta que coincidan cero y aguja. En ese momento, se coloca la laminita del tornillo lateral y se fija éste.

Obsérvese entonces que a cada vuelta de la manecilla grande, la manecilla del “reloj” pequeño avanza una unidad, que es 1 mm. Por lo tanto, en la escala grande cada división vale 0,01 mm.

(b) **Mediciones**

(1) Determínese la masa de cada una de las pesas con ayuda de la balanza del laboratorio. Si se trata de pesas “industriales” (es decir, todas aparentemente iguales), determínese la masa de una cualquiera de ellas y tómense las demás con el mismo valor ; el pequeño error introducido mediante este procedimiento es despreciable frente a los demás errores introducidos en el resto de la práctica.

(2) Coloque la varilla en posición horizontal con ayuda del nivel, apoyándola de modo que las marcas grabadas cerca de sus extremos descansen sobre las cuchillas.

(3) Vaya cargando gradualmente (hasta colgar todas las pesas existentes) la varilla por su centro y midiendo las flechas de flexión correspondientes (S’), mediante el desplazamiento del reloj comparador. Anote los resultados en una tabla.

(4) Una vez que considere haber obtenido la deformación máxima, descargue gradualmente la varilla, midiendo y anotando las flechas de flexión correspondientes (S’’) en la tabla anterior.

(5) Con los resultados obtenidos calcule el valor promedio (S) de los pares S’ y S’’ para cada carga, anotándolos también en la tabla.

(6) Mida las características geométricas de la varilla que aparecen en la fórmula (2): L, a y b con un Calibrador y un Palmer.

(7) Construya una gráfica sobre papel milimetrado, llevando los valores de S en ordenadas y los de F en abcisas. El resultado debe de ser una línea recta cuya pendiente es k. Determínese mediante ajuste por mínimos cuadrados la constante k.

(8) Aplicando la ecuación (2), y utilizando el valor de k obtenido anteriormente, determínese el valor del módulo de Young, E, en Pascales. Compare el valor obtenido con el obtenido en la Bibliografía.

(9) Si tiene tiempo, use varillas de diferentes materiales.

PRÁCTICA Nº 7

PÉNDULO DE TORSIÓN

OBJETIVO:

En esta práctica se pretende determinar el momento de inercia de un péndulo de torsión, su constante de torsión y su módulo de rigidez.

MATERIAL:

Péndulo de torsión, cronómetro, regla graduada, calibrador, tornillo micrométrico y balanza.

FUNDAMENTO:

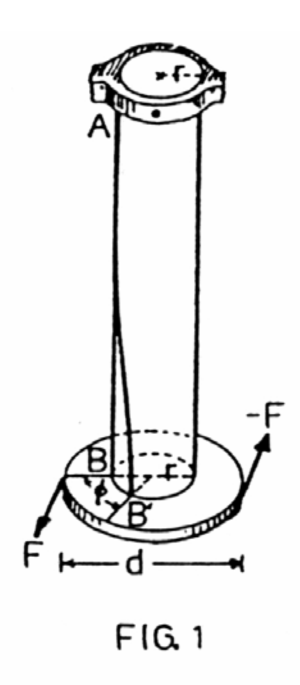


FIG. 1

Torsión.- Consideremos una barra cilíndrica (o un alambre) suspendida verticalmente con su extremo superior fijo. Mediante un par de fuerzas *F* y *-F* (fig. 1), hacemos girar el extremo inferior, con lo cual los distintos discos horizontales en que podemos considerar dividida la barra deslizan unos respecto de otros. Una generatriz recta (AB) se convierte en una hélice (AB´). Se dice que el cuerpo ha experimentado una *torsión*. Ésta queda definida mediante el ángulo de giro ϕ del disco más bajo. Evidentemente, se trata de un caso de *cizalladura* y la constante D, que liga el ángulo de torsión ϕ con el momento M del par aplicado (que vale $M = F \cdot d$, siendo *d* el diámetro del disco inferior), puede deducirse a partir de *módulo de rigidez o de cizalladura,* G. Si r es el radio de la barra (o del alambre) y su longitud *l*, se obtiene:

$$M = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot G}{2 \cdot l} \cdot \varphi = D \cdot \varphi \qquad (1)$$

siendo D el *momento director*, o *constante de torsión*, que está relacionada con el módulo de rigidez por

$$D = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot G}{2 \cdot l} \qquad (2)$$

Oscilaciones elásticas. Péndulo de torsión.- Dentro del dominio de validez de la ley de Hooke, al deformar un cuerpo del modo que sea, aparece un esfuerzo recuperador proporcional a la deformación que tiende a devolver al cuerpo su forma primitiva. Si desaparece el esfuerzo deformante, el cuerpo se

encuentra en las condiciones precisas para iniciar un movimiento oscilatorio armónico.

Por el interés que presentan, estudiaremos las oscilaciones de un cuerpo alargado sometido a una torsión inicial. Supongamos, por ejemplo, que una barra de longitud *l* y radio *r* esta dispuesta verticalmente, con su extremo superior fijo (fig. 2). El extremo inferior está sujeto a un dispositivo que se puede girar libremente. Si imprimimos al cuerpo P un giro inicial en torno al eje AB, el momento exterior aplicado, M = D ϕ, es neutralizado por un momento elástico. Es decir, en el alambre, a consecuencia de la torsión que ha experimentado, se desarrollan fuerzas elásticas que tienden a devolver el alambre y al cuerpo P a la posición de partida. Pero, como el sistema móvil adquiere cierta velocidad angular, en virtud de la inercia, se rebasa la posición de equilibrio y el sistema ejecuta oscilaciones en torno a dicha posición, con torsiones alternativas en uno y otro sentido. Se dice que el sistema constituye un *péndulo de torsión*. Como se trata de un movimiento de rotación, si el ángulo ϕ es pequeño, para que se cumpla la ley de Hooke, el momento de las fuerzas elásticas valdrá M = -D ϕ, y será igual al producto del momento de inercia I del sistema móvil (respecto al eje de giro) por la aceleración angular:

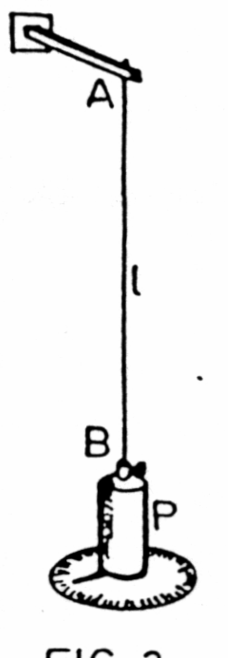


FIG. 2

$$-D\varphi = I\frac{d^2\varphi}{dt^2} \tag{3}$$

Por analogía con el movimiento armónico, lo mismo que en el caso del péndulo compuesto, el período de oscilación pendular valdrá:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \tag{4}$$

<u>*Determinación del módulo de rigidez*</u>*.-* Si *I* es conocido se puede calcular *D* y con él y las dimensiones del alambre se obtiene *G* mediante la ecuación (2).

$$G = D\frac{2L}{\pi R^4} \tag{5}$$

De la ecuación (4) podemos deducir I/D pero no *I* y *D* separadamente, por lo que, para resolver este problema, se añade al sistema un cuerpo de

momento de inercia conocido (I_0) respecto al eje de rotación. Haciendo oscilar el sistema tendríamos un nuevo periodo dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_0}{D}} \qquad (6)$$

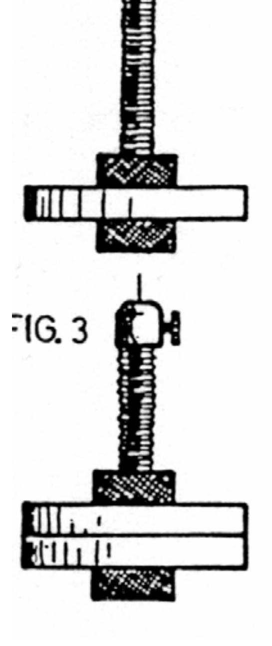
El momento de inercia I_0 se puede determinar con mucha precisión a partir de las dimensiones geométricas y la masa del cuerpo añadido al sistema, si su forma geométrica es sencilla.

Eliminando D entre (4) y (6) se obtiene:

$$I = I_0 \frac{T^2}{T_0^2 - T^2} \qquad (7)$$

y eliminando I entre las mismas ecuaciones:

$$D = 4\pi^2 \frac{I_0}{T_0^2 - T^2} \qquad (8)$$



Una vez obtenido el valor de D, el de G se calcula a partir de (5).

MÉTODO:

El péndulo de torsión que utilizamos está formado por un alambre de unos 100 cm de longitud, sujeto por su parte superior, y cuyo extremo inferior va unido a un disco metálico, tal como se indica en la figura 3.

(1) Imprímase a la masa pendular un giro inicial en torno al eje vertical. Al dejarlo en libertad, comenzará a oscilar en un plano horizontal.

(2) Mida con el cronómetro la duración de 50 oscilaciones completas, repitiendo la operación tres veces más y realizando los cálculos de dispersión pertinentes para decidir el número de medidas necesarias.

(3) Añada la pieza adicional y mida de nuevo el periodo T_0 en la misma forma que antes.

(4) Determine la masa de esta pieza y sus dimensiones geométricas.

(5) Calcule el momento de inercia I_0 de la pieza. Para ello tenga en cuenta los volúmenes de la misma que han sido vaciados.

(6) Con le valor obtenido para I_0 y los correspondientes de T y T_0 calcule I, aplicando (7).

(7) Calcule el valor de D, sustituyendo los valores correspondientes en (8).

(8) Mida con la regla la longitud l del hilo y con el calibre su diámetro.

(9) Aplicando la ecuación (5) calcule el módulo de rigidez del alambre.

DATOS:

Masa teórica = 2,96 kg.

Masa medida = 2,325 kg. (Factor de corrección = 0.79)

ρ(Fe) = 7,8 $\cdot 10^3$ kg/m^3

$I_{teórico} = 4{,}8/3{,}8 \times 10^3$ kg cm^2.

PRÁCTICA Nº 8

DETERMINACIÓN DE DENSIDADES DE LIQUIDOS Y SÓLIDOS

OBJETO

Determinar la densidad de líquidos y sólidos, a partir del principio de Arquímedes usando la balanza de Mohr-Westphal y una balanza electrónica respectivamente

MATERIAL

Para determinar la densidad de un líquido: Balanza de Mohr-Westphal, probeta, agua destilada y líquidos problemas.

Para determinar la densidad de un sólido: Balanza electrónica, junto con su platillo, un estribo encajado al platillo, puente. Vaso de 250 cm^3, portaobjetos, agua destilada, termómetro y sólidos problema.

FUNDAMENTO

Densidad: Llamamos *densidad absoluta* o simplemente *densidad*, ρ, de un cuerpo homogéneo a su masa *m*, por unidad de volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1}$$

Principio de Arquímedes: Este principio establece que todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta una fuerza vertical hacia arriba, llamada empuje, cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado y cuya línea de acción pasa por el centro de gravedad del fluido desalojado (Figura 1).

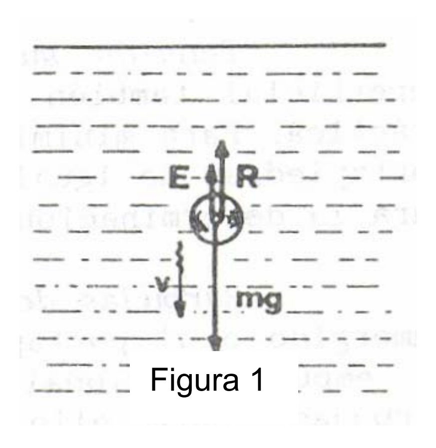


Figura 1

Así, si un cuerpo de volumen *V* se encuentra totalmente sumergido en un líquido de densidad ρ, el empuje que experimenta el cuerpo es

$$E = \rho g V \tag{2}$$

Determinación de la densidad de un líquido

Si sumergimos un mismo cuerpo sucesivamente en dos fluidos distintos de densidades ρ_1 y ρ_2, los empujes que experimenta se encuentran en la misma relación que las densidades de los líquidos, esto es

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \qquad (3)$$

de modo que, si conocemos ρ_1, podemos determinar la densidad ρ_2 del otro líquido.

Balanza de Mohr-Westphal: Esta balanza de brazos desiguales se utiliza para la determinación de densidades de líquidos más o menos densos que el agua (Figura 2). El brazo más corto termina en una masa compacta P de peso fijo, provista de una aguja que debe ponerse al mismo nivel que otra aguja fija al chasis para obtener el equilibrio. Del extremo del brazo largo pende, mediante un hilo delgado, un inmersor de vidrio *I*, que, normalmente, lleva incorporado un termómetro para medir la temperatura del líquido cuya densidad de desea medir (si no se dispone de este termómetro, tómese como temperatura la ambiente). En el brazo largo hay marcadas diez muescas, numeradas del 1 al 10; aunque, realmente, esta numeración debe interpretarse como 0.1, 0.2,..., de modo que el 10 representa la unidad.

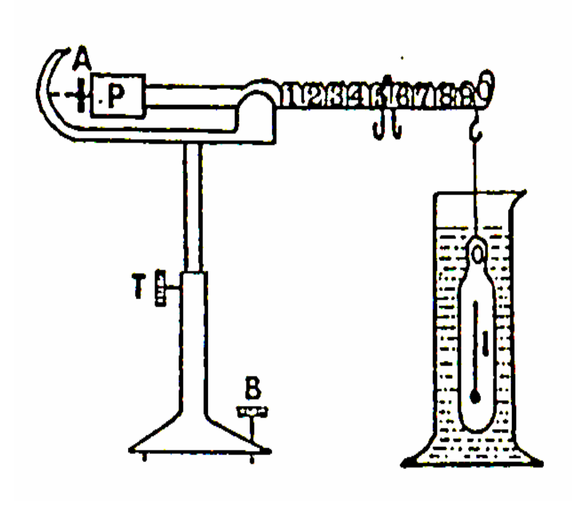


Figura 2

Cuando el inmersor está colgado en el aire, su peso queda equilibrado por el contrapeso (la balanza está equilibrada). Si se sumerge el inmersor en un líquido, el empuje hidrostático desequilibra la balanza, de tal forma que, si queremos reestablecer el equilibrio, deberemos colocar unas pesas en forma de horquilla, llamadas *reiters ("jinetes")*, a caballo sobre el brazo graduado, de forma que se compense exactamente el empuje hidrostático.

Como en la expresión sólo aparece el cociente entre dos empujes, no tenemos que preocuparemos de cuál sea la unidad para medir éstos. Así, el reiter unidad (1/1) se ha elegido de modo que, colocado en la división 10, equilibre exactamente el empuje que experimenta el inmersor cuando está sumergido en agua pura (exenta de aire) a 4°C. Este reiter representa por tanto la unidad de empuje cuando está colocado en la división 10. Los demás reiters tienen, respectivamente una masa de 1/10, 1/100 de la del reiter unidad, de tal modo que colocados en la división 10 de la balanza, representan 1/10 y 1/100 de la unidad de empuje.. Cada reiter colocado en otra división, representa tantas décimas de su valor (por ejemplo 0.1 en el caso del reiter unidad) como indica el número de la muesca sobre la que se ha situado. Así por ejemplo, los reiter 1/1, 1/10 y 1/100 situados, respectivamente, en las muescas 7,6 y 5, representan un empuje de 0.765 unidades. Puesto que la unidad de empuje corresponde al agua y la densidad de ésta es bien conocida ($1 g/cm^3$ a 4°C), la balanza de Mohr-Westphal permitirá conocer la densidad de un líquido problema, a partir de la simple lectura de la posición de los reiters necesarios para equilibrar la balanza cuando el inmersor está completamente sumergido en el líquido problema. No obstante, normalmente hay que proceder a efectuar la corrección instrumental de la balanza.

Método

1.- Una vez montada la balanza, cuelgue el inmersor, limpio y seco, del gancho que hay en el extremo del brazo largo. La balanza debe quedar equilibrada. Si no es así, actúe con los tornillos A y B hasta conseguir que las dos agujas queden a la misma altura.

2.- Llene la probeta con agua destilada y, elevando la parte móvil de la balanza (tornillo T) si fuera preciso, coloque el inmersor dentro del agua destilada, de modo que quede completamente sumergido, sin tocar el fondo ni las paredes. Si quedasen burbujas de aire adheridas al inmersor, éste debe sacudirse ligeramente para que se desprendan.

3.- La balanza se habrá desequilibrado. Para restablecer el equilibrio, vaya colocando los reiters, sirviéndose de las pinzas, empezando por los mayores y ensayando cada uno de ellos en las distintas muescas, empezando en la diez y en sentido decreciente. Si al ensayar con un reiter, su peso resulta excesivo en una división y deficiente en la contigua, déjese en esta última y comience a ensayar con el reiter siguiente. Proceda de esta forma hasta conseguir equilibrar la balanza. Anote entonces el valor de ρ_a' así obtenida.

4.- Lea la temperatura que marca el termómetro del inmersor y anótela. Consultando una tabla de densidades del agua pura a distintas temperaturas, anote la densidad del agua ρ_a a esa temperatura. El cociente $f = \rho_a/\rho_a'$ es el *factor de corrección instrumental* de la balanza. Calcúlelo, junto con su error.

5.- Descargue la balanza y saque el inmersor del agua. Límpielo y séquelo con cuidado y vuelva a colgarlo de nuevo.

6.- Vacíe, limpie y seque cuidadosamente la probeta y llénela con uno de los líquidos problema.

7.- Sumerja el inmersor en el líquido problema y proceda, como antes, a determinar su densidad. Sea ρ' el resultado obtenido. Anótelo.

8.- Aplique el factor de corrección instrumental *f*, obtenido en el punto 4, de modo que la verdadera densidad determinada del líquido problema es $\rho = f \rho'$. Anote el resultado.

9.- Repita los pasos de 5 a 8 para otros líquidos problema.

Determinación de la densidad de un sólido

Si pesamos un cuerpo una vez sumergido en un líquido de densidad ρ, su peso será

$$p_1 = p_a - \rho g V \quad (4)$$

donde p_a es le peso del cuerpo en el aire, es decir,

$$p_a = \delta g V \quad (5)$$

siendo δ la densidad del sólido que queremos determinar. Debe tenerse en cuenta que estamos despreciando el empuje del aire.

Por tanto, si podemos determinar el peso del sólido en el aire, así como el empuje que experimenta en el seno de un líquido de densidad ρ conocida, de las expresiones anteriores nos queda

$$\delta = \frac{p_a}{E} \rho \quad (6)$$

Existen factores que pueden afectar al resultado, pero su toma en consideración depende de la exactitud que le exijamos. Revisemos algunos de ellos.

Temperatura: La variación de la densidad de los sólidos con la temperatura es, en general, muy pequeña, y, por tanto, normalmente despreciable. Por el contrario, para los líquidos, la variación de la densidad con la temperatura es del orden de magnitud de 1 por mil por cada grado centígrado. Puesto que las determinaciones de la densidad de los sólidos se realizan mediante un líquido auxiliar en el que se sumergen, para determinar la densidad con una exactitud superior al 1% debe de tenerse en cuenta el influjo de la temperatura en la densidad del líquido.

Empuje del aire: La densidad del aire es de un orden de magnitud de 10^{-3} g/cm^3. Así pues, cualquier cuerpo sumergido en el aire, experimenta un empuje del orden de 10^{-3} del que experimenta en el seno del agua. Este fenómeno puede despreciarse en la determinación de la densidad de un sólido, pero, si se requiriera una gran precisión, sería necesario tenerlo en cuenta; siendo entonces la densidad verdadera mayor en 0.001 g/cm^3 que la calculada, aproximadamente.

Profundidad de inmersión del cuerpo sumergible: El cuerpo sumergible está suspendido de un alambre de aproximadamente 0.2 mm de diámetro. Por consiguiente, el alambre experimenta un empuje que dependerá de la longitud de alambre sumergida. Para minimizar el error introducido por este motivo, el portaobjetos debe estar suspendido del estribo de igual forma en las dos operaciones de pesada necesarias para la determinación de la densidad de un sólido.

Tensión superficial del líquido: Los fenómenos de tensión superficial también pueden afectar las medidas realizadas durante la práctica. Para minimizar su influencia, se sumergirá el portaobjetos de igual forma en las dos operaciones de pesada.

Burbujas de aire: La adherencia de burbujas de aire al sólido sumergido (al portaobjetos) influye sobre el resultado, produciendo un empuje adicional; por lo que debe evitarse la presencia de las burbujas. Para ello se sacudirá ligeramente el portaobjetos en la primera inmersión en el líquido, antes de suspenderlo del estribo, para desprender las posibles burbujas de aire adheridas.

Método

La Figura 3 muestra un esquema del procedimiento a seguir.

1.-Limpie cuidadosamente el material y séquelo.

2.- Llene con agua destilada el vaso hasta que el sólido, una vez colocado en la cestita del portaobjetos, esté cubierto, como mínimo, con 1 cm de agua. Introduzca el termómetro. Coloque el colgante en el centro del vaso, aproximadamente

3.-Suspenda el portaobjetos. Sacúdalo ligeramente en la primera inmersión, antes de suspenderlo del estribo, para desprender las posibles burbujas.

4.- Tare la balanza. Debe indicar exactamente cero.

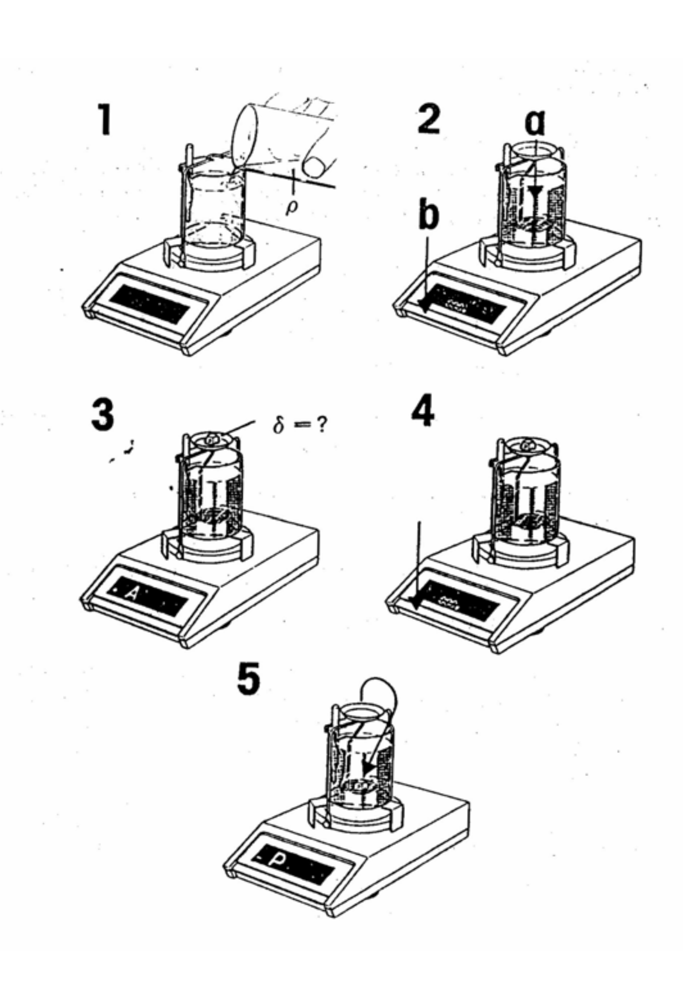
5.- Ponga el sólido seco sobre la capsulita superior del portaobjetos, y anote su peso, p_a.

6.-Tare de nuevo la balanza (con el sólido en la capsulita). De nuevo debe dar una lectura de cero.

7.- Saque el sólido de la capsulita y póngalo en la cestita inferior dentro del agua. En la balanza aparecerá el empuje E, con signo negativo.

8.-Lea la densidad del agua destilada, a la temperatura t medida con el termómetro, en la tabla de densidad del agua en función de la temperatura (interpole si fuera necesario).

9.- Siga el mismo procedimiento, desde el apartado 1, para otros sólidos problema. Anote los resultados en una tabla, junto con sus errores.


1
ρ
2
a
b
3
δ = ?
A
4
5
P

PRÁCTICA Nº 10

TERMOMETRO DE GAS A PRESION CONSTANTE

OBJETO:

Determinar el coeficiente de dilatación a presión constante de un gas. Medida de Temperaturas.

MATERIAL:

Termómetro de gas a presión constante. Recipiente metálico para el agua que rodea el bulbo de termómetro. Resistencia de calefacción.

FUNDAMENTO:

El primer enunciado preciso de la ley que relaciona las variaciones de volumen de un gas con las variaciones de su temperatura fue publicado por Gay-Lussac en 1802. Gay-Lussac midió lo que ahora llamaríamos *coeficiente de dilatación* de un cierto número de gases distintos, y al parecer fue el primero en reconocer que, al efectuar tales medidas con los gases, es esencial mantener la presión constante. Si no se hace esto, las variaciones de volumen originadas por los cambios de presión no permitirían conocer las variaciones de volumen debidas únicamente a los cambios de temperatura.

La magnitud medida era, por consiguiente, el *coeficiente de dilatación cúbica a presión constante*. Los resultados experimentales quedan expresados por la siguiente relación

$$V = V_0\left[1 + \alpha(t - t_0)\right] \qquad (1)$$

siendo V_0 el volumen a una temperatura de referencia t_0, V el volumen a la temperatura t, y α el coeficiente de dilatación.

Si, como en el caso corriente, se toma como temperatura de referencia la de cero grados centígrados, la ecuación (1) se convierte en

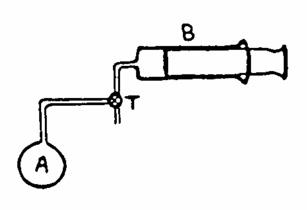
$$V = V_0\left[1 + \alpha t\right] \qquad (2)$$

El primer punto de interés es que el volumen es función lineal de la temperatura. El segundo es que el coeficiente (tiene, muy aproximadamente, el mismo valor para todos los gases. Cuanto más baja es la presión, con tanta mayor aproximación coinciden los valores de (para los distintos gases. Extrapolando las medidas hasta la presión cero, se obtiene el siguiente valor, común a todos los gases:

$\alpha = 0.00366\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$ (es decir, $1/\alpha = 273.15\ ^\circ\mathrm{C}$)

Termómetro de gas a presión constante.

El hecho de la dependencia lineal entre el volumen ocupado por un gas y la temperatura del mismo, así como la constancia del coeficiente de dilatación, nos permite utilizar la expresión (1) para la determinación de temperaturas.



Utilizaremos el dispositivo de la figura, consistente en un recipiente de vidrio A (que contiene gas) comunicado, por medio de una llave en T, con un tubo a un recipiente provisto de un émbolo. Este recipiente dispone de una escala graduada en cm. Durante la realización de la experiencia, el émbolo se ajusta automáticamente a las variaciones de volumen del gas, manteniéndose la presión constante. Este dispositivo nos servirá para determinar el valor del coeficiente de dilatación del gas contenido en A. Una vez determinado el valor de (, podremos utilizar el dispositivo como termómetro (Termómetro de gas a presión constante).

Bastará conocer el volumen V_0 del gas a la temperatura t_0 y el volumen V_E a la temperatura t_E (de ebullición del agua), y, entonces, de (1) se deduce:

$$\alpha = \frac{V_E - V_0}{V_0(t_E - t_0)} \tag{3}$$

Si se coloca el recipiente A en un medio a temperatura conocida t, y medimos el volumen correspondiente V_t ocupado por el gas, manteniendo la presión constante, de (1) se obtiene

$$t - t_0 = \frac{V_t - V_0}{V_0}\frac{1}{\alpha} = \frac{V_t - V_0}{V_E - V_0}(t_E - t_0) \tag{4}$$

Para que los resultados obtenidos de las expresiones (3) y (4) sean correctos, debemos tener en cuenta la dilatación que experimenta el recipiente así como que el aire contenido en el tubo de conexión R y en el recipiente B no se encuentra a la misma temperatura que el contenido en el recipiente A. Dado que este último término es el más importante daremos unas consideraciones sobre la solución del problema que plantea.

Corrección de temperaturas. La corrección de temperaturas se basa en suponer que el aire se comporta como un gas ideal, como hasta ahora hemos hecho, y en tener en cuenta que el número de moles total que hay dentro del recipiente A, cuando la temperatura es T_0 se reparte entre el recipiente A y el recipiente B cuando la temperatura es otra cualquiera. Aplicando la ecuación de los gases ideales y teniendo en cuenta que se cumplirá

$$n = n_A + n_B \tag{5}$$

despejando los valores de n, n_A y n_B y aplicando la expresión, sucesivamente, a las temperaturas T_E y T se obtiene

$$\frac{pV_0}{RT_0} = \frac{pV_0}{RT_E} + \frac{pV_E}{RT_a} = n \qquad (6)$$

$$\frac{pV_0}{RT_0} = \frac{pV_0}{RT} + \frac{pV}{RT_a} = n \qquad (7)$$

donde hemos supuesto que la temperatura del gas contenido en el recipiente B llega a ser la temperatura ambiente después de un cierto tiempo. Simplificando términos semejantes y dividiendo una ecuación por la otra se llega, después de despejar 1/T, a

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{h_T}{h_E}\left[\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_E}\right] \qquad (8)$$

donde hemos tomado V = hS, siendo *h* el desplazamiento del émbolo y *S* la sección uniforme del recipiente B (h_E y h_T serán los desplazamientos correspondientes a las temperaturas T_E y T respectivamente). La expresión (8) permite calcular la temperatura, incluyendo la corrección debida al gas que escapa del recipiente A.

METODO:

Colocar la llave T de forma que se comunique el recipiente A con el recipiente B y la atmósfera.

1. En el recipiente metálico que acompaña al aparato colocar una mezcla de hielo y agua ("*hielo fundente*"), a fin de conseguir la temperatura 0 ºC. Esperar unos minutos para que el aire contenido en el recipiente A alcance la temperatura de 0 ºC.

2. Desplazar el émbolo hasta el final del recipiente B. El gas se encontrará confinado en el recipiente A y en los tubos de conexión R cuyo volumen despreciamos respecto al de V_0.

3. Colocar la llave en T, de forma que se conecte el recipiente A con el recipiente B, aislándolos de la atmósfera.

4. Sustituir el baño de hielo por otro de agua del grifo. El émbolo se desplazará en el recipiente B. Medir y anotar el desplazamiento h_{H2O} al cabo de unos minutos cuando se estime que el gas contenido en A haya alcanzado la temperatura del agua del grifo.

5. Retirar el baño con el agua y dejar que el recipiente A, expuesto al aire, alcance la temperatura ambiente. Repítase la operación descrita en el apartado 5 para el desplazamiento h_a (que puede ser casi inapreciable, respecto al anterior)

6. Colocar de nuevo el baño con agua y conectar la resistencia para alcanzar la temperatura t_E de ebullición del agua. Repetir la operación descrita en el apartado 5 para el desplazamiento h_E. Anotar también los valores de los distintos desplazamientos para distintas temperaturas intermedias entre t_a y t_E.

7. Aplicando la expresión (3) se calculará (y 1/(.

8. Aplicando la expresión (4) se calculará la temperatura ambiente y la temperatura del agua del grifo.

9. Aplicando la expresión (8) se calcularán las temperaturas ambiente y la del agua del grifo.

10. Calibrar en grados/cm3 la escala graduada sobre la rama B del termómetro de gas a presión constante, es decir, dibujar en una hoja dicha escala t = t(V), o T = T(V).

DATOS:

V0 = 568.5 (0.3 cm3
S = 8.50 (0.03 cm2

PRÁCTICA Nº 11

EQUIVALENTE EN AGUA DE UN CALORÍMETRO

OBJETIVO

Determinar el equivalente en agua de un calorímetro.

MATERIAL

Para realizar esta práctica se dispone de un vaso de Dewar o vaso calorimétrico provisto de un termómetro y un agitador. Vaso de precipitado. Hielo y papel de filtro o similar.

FUNDAMENTO

Vaso de Dewar.- Los vasos de Dewar, popularmente llamados "*termos*", son unos recipientes de dobles paredes de vidrio entre las cuales se ha realizado el vacío El vaso suele venir embutido en una carcasa de plástico que sirve para protegerlo de pequeños golpes fortuitos. Como el vacío que existe entre las paredes no permite la conducción del calor, los vasos de Dewar conservan muy bien la temperatura de los cuerpos colocados en su interior y, por ello, se utilizan como vasos calorimétricos. Para reducir las pérdidas de calor por radiación, la pared interior suele estar plateada, lo que le confiere un aspecto metálico. Pero no debemos olvidar la suma fragilidad del vaso de Dewar por lo que evitaremos los errores que a veces se cometen como machacar el hielo dentro del vaso, producir cambios repentinos de temperatura dentro del mismo, verter agua hirviendo en el vaso o dejar caer objetos pesados bruscamente en su interior (en la mayoría de los que actualmente se venden como termos, el plástico sustituye al vidrio y el poliuretano al vacío. Son mucho menos aislantes, pero mucho más baratos y muchísimo menos frágiles); por esta razón serán los que utilizaremos.

Equivalente en agua de un calorímetro.- Se llama así, y se suele denotar por K, al producto de la masa del calorímetro por el calor específico de la sustancia de la que está fabricado, esto es, a su capacidad calorífica. Evidentemente, dado que la capacidad calorífica media del agua a temperaturas habituales es prácticamente de 1cal/(g·ºC), el valor de K representa la masa de agua que debería tener un calorímetro, hipotéticamente construido con agua,

para que cediera o absorbiera la misma cantidad de calor que el calorímetro en cuestión. Por ello, con frecuencia, el equivalente en agua del calorímetro se expresa en gramos de agua. No obstante, las verdaderas unidades de *K* son calorías/°C.

Como en la práctica calorimétrica no sólo el vaso absorbe calor, sino también el agitador, el termómetro, etc., es preferible proceder a la determinación experimental del *equivalente del agua total* del calorímetro con todos sus accesorios.

Método de las mezclas.- Cuando se mezclan dos sustancias, que se encuentran inicialmente a distintas temperaturas, el cuerpo a mayor temperatura cede calor al que está a menor temperatura, hasta que se alcanza una temperatura de equilibrio idéntica para las dos sustancias. El proceso debe ser tal que no haya flujo calorífico hacia o desde los cuerpos circundantes (medio ambiente), es decir, que el sistema esté adecuadamente aislado.

Con el fin de minimizar esta ganancia o pérdida de calor, se utilizan los *vasos (de) Dewar*, ya que con ellos el intercambio calorífico con el medio ambiente es extremadamente reducido. Un procedimiento para reducir aún más el efecto de este intercambio calorífico es comenzar con el calorímetro algo más caliente que el medio que lo rodea y acabar cuando su temperatura está por debajo de la del ambiente. En este caso, el calor que pierde el calorímetro y su contenido cuando su temperatura es superior a la del medio ambiente se ve compensada con el calor que gana mientras su temperatura es inferior a la de aquél.

Si colocamos en el interior del calorímetro una cantidad M_1 de agua a una temperatura T_1 y después añadimos una masa M_2 de agua a una temperatura T_2, una vez efectuada la mezcla, se alcanzará una temperatura *T* de equilibrio, de modo que, si llamamos *K* al equivalente en agua del calorímetro y accesorios y $T_2 < T < T_1$, se verificará

$$(M_1c+K)(T_1-T)=M_2c(T-T_2) \quad (1)$$

de donde

$$K=M_2c\frac{T-T_2}{T_1-T}-M_1c \quad (2)$$

siendo c el calor específico del agua (c= 0,998 cal/g°C y una variación inferior al 1% para un intervalo de temperaturas comprendido entre 0 y 100°C).

MÉTODO

(1) Limpie cuidadosamente el interior del vaso de Dewar, séquelo exterior e interiormente.

(2) Pese el vaso Dejar, junto con su termómetro y agitador. Sea M_0 la masa obtenida. Anótela.

(3) Llene el calorímetro hasta poco menos de la mitad con agua calentada hasta una temperatura que exceda en unos 15ºC a la del ambiente.

¡ATENCIÓN! Para calentar el agua se usan los vasos metálicos. Nunca se calentará el agua poniendo el calorímetro sobre el infernillo o estufa.

(4) Pese el vaso Dewar con el agua caliente, el termómetro y el agitador. Sea M' la nueva masa. Entonces, la masa del agua caliente será $M_1 = M' - M_0$.

(5) Coloque agua del grifo en el otro vaso. Para enfriarla ahora hasta una temperatura cercana a 0°C, añada unos cubitos de hielo y espérese a que todo el hielo se funda.

(6) Agite con suavidad el agua del calorímetro y la del vaso, tomando sus temperaturas con los respectivos termómetros. Cuando las temperaturas sean estacionarias en ambos vasos, anótelas (t_1 es la del vaso Dejar y t_2 la del otro vaso).

(7) Vierta cuidadosamente el agua fría en el interior del vaso de Dewar hasta un par de centímetros por debajo de su borde. Tápelo y agite suavemente con el agitador con objeto de favorecer la mezcla. Mientras, observe el descenso de temperatura en el calorímetro. Cuando ésta permanezca estacionaria y uniforme en todo el volumen del líquido, anote su valor final *T*.

(8) Pese de nuevo el vaso Dejar con el agua, el termómetro y el agitador. Si es M'' la masa obtenida, la masa del agua fría se obtendrá como $M_2 = M'' - M'$.

(9) Mediante la ecuación (2) y repitiendo el proceso tantas veces como considere oportuno, determine el equivalente en agua del vaso de Dewar.

(10) Determine el equivalente en agua del vaso de Dewar y sus accesorios de acuerdo al esquema descrito en el apartado anterior. Inclúyanse en este apartado las medidas realizadas, la justificación del número de las mismas, los cálculos que considere oportunos y exprese todas las magnitudes con el error correspondiente.

(11) Repita la experiencia ala menos dos veces más y calcule el valor de k y su error.

PRÁCTICA Nº12

CALOR DE FUSIÓN DEL HIELO Y CALOR ESPECÍFICO DE SÓLIDOS

OBJETIVO

Determinar el calor latente de fusión del hielo utilizando el método de las mezclas. Determinar el calor específico de sólidos.

MATERIAL

Para realizar esta práctica se dispone de un vaso de Dewar o vaso calorimétrico provisto de un termómetro y un agitador, así como un cazo y hornillo para calentar agua, hielo y papel de filtro o similar. Caja con tres sólidos diferentes en forma de pesa de balanza.

(a) CALOR DE FUSIÓN DEL HIELO

FUNDAMENTO

Se llama *calor latente de fusión* de una sustancia a la cantidad de calor que hay que suministrar a la unidad de masa de esa sustancia para que, a la temperatura del punto de fusión, ésta cambie del estado sólido al líquido. El calor latente de fusión se suele medir en calorías por gramo (cal/g), aunque su unidad SI es el J/Kg, y se suele representar por L.

El calor puesto en juego en un proceso de cambio de estado puede determinarse por el *método de las mezclas*. Éste se basa en el hecho de que cuando se mezclan dos sustancias que inicialmente se encuentran a distinta temperatura, la que está a mayor temperatura cede calor a la que se encuentra a menor temperatura, hasta que se igualan las temperaturas en un valor de equilibrio intermedio de las anteriores.

El proceso anterior debe realizarse de tal forma que no haya intercambio de calor con el medio circundante; lo que, de forma aproximada, se consigue utilizando los vasos de Dewar (ver práctica 11 para su descripción) y trabajando de modo que inicialmente el vaso de Dewar o vaso calorimétrico y su contenido

se encuentren a una temperatura algo superior a la del medio y, finalmente, a una temperatura algo inferior a la del medio. Como consecuencia de esta precaución, el calor cedido al medio por el vaso de Dewar y su contenido cuando la temperatura de éstos es superior a la del medio, se ve prácticamente compensado por el calor absorbido cuando la temperatura del vaso y su contenido es inferior a la del medio.

Como nuestro propósito es determinar el calor de fusión L del hielo, colocaremos en el interior del calorímetro una masa conocida de agua, M, a una temperatura bien determinada, T_0, y dejaremos fundir en ella una masa, m de hielo a 0°C. Así, si utilizamos la siguiente nomenclatura:

M = masa inicial de agua,
m = masa de hielo añadido a 0°C,
K = equivalente en agua del vaso de Dewar y accesorios (véase la práctica 11),
T_0 = temperatura inicial del agua en el vaso de Dewar,
T = temperatura final de equilibrio,
c = calor específico del agua (c =0,998 cal/g°C con una variación inferior al 1%
para un intervalo de temperaturas comprendido entre 0 y 100 °C)
L = calor latente de fusión del hielo,

podremos escribir la siguiente ecuación de balance energético:

$$M c (T_0 - T) + K (T_0 - T) = m L + m c (T - 0) \qquad (3)$$

de donde

$$L = \frac{M c + K}{m} (T_0 - T) - c T . \qquad (4)$$

<u>MÉTODO</u>.

(1) Limpie cuidadosamente el interior del vaso de Dewar, séquelo interior y exteriormente y determine la masa M_0 del vaso de Dewar y sus accesorios (termómetro y agitador).

Atención: Tenga en cuenta la suma fragilidad del interior del vaso de Dewar, por lo cual no lo someta a golpes, cambios bruscos de temperatura y no caliente directamente el agua en el mismo

(2) Llene el vaso de Dewar, hasta poco más de la mitad y caliente, con la resistencia del calorímetro, una masa *M* de agua hasta una temperatura unos 10 o 15°C por encima de la temperatura ambiente.

(3) Pese el calorímetro con el agua y sus accesorios. Si denotamos por *M´* a esta masa, tendremos que la masa de agua vendrá dada por $M = M' - M_0$.

(4) Tome unos cubitos de hielo del frigorífico del laboratorio y deposítelos en una mesa sobre papel de filtro, con objeto de que comiencen a fundir y alcancen la temperatura de fusión del hielo (0°C), ya que, normalmente, salen del frigorífico a una temperatura inferior a 0°C.

(5) Agite con suavidad el agua del calorímetro y observe la temperatura que marca el termómetro sumergido en el agua. Repita la operación varias veces hasta cerciorarse de que la temperatura es uniforme en todo el volumen de agua. Esta temperatura es T_0.

(6) A continuación, tome un trozo de hielo, séquelo lo mejor posible e introdúzcalo en el calorímetro con cuidado de no salpicar agua hacia el exterior del mismo. Remueva cuidadosamente el agua del calorímetro y, tan pronto como haya fundido el trozo de hielo, lea la temperatura de la mezcla.

(7) Repita la operación anterior tantas veces como sea necesario para conseguir una temperatura del agua unos 10 ó 15 °C por debajo de la temperatura ambiente. En este momento deberá determinar la temperatura de equilibrio *T* de la mezcla.

(8) Determine la masa *M"* del vaso de Dewar con el termómetro, el agitador, el agua y el hielo fundido. De esta manera, la masa *m* de hielo añadido será: $m = M'' - M'$.

(9) A partir de la expresión (2), y repitiendo la experiencia tantas veces como considere necesaria, podrá obtener el calor latente de fusión del hielo.

(10) Determine el calor latente de fusión del hielo. Inclúyanse en este apartado las medidas realizadas, la justificación del número de las mismas, los cálculos que considere oportunos y exprese todas las magnitudes con el error correspondiente.

(b) CALOR ESPECÍFICO DE SÓLIDOS

FUNDAMENTO

Supongamos que medimos el cambio de temperatura ΔT de un sistema de masa m cuando se le cede una cierta cantidad de calor Q, suponiendo, como en nuestro caso, la presión se mantiene fija y no hay cambios de fase. Para pequeños cambios de temperatura, la experiencia demuestra que el calor cedido al sistema y el cambio de temperatura son proporcionales. También que, para un cambio de temperatura dado, Q va a ser proporcional a la masa del sistema. Es decir, $Q \alpha m \Delta T$. La constante de proporcionalidad es una característica de cada sustancia; se trata de la *capacidad calorífica específica* a presión constante c_p, que se define en el caso límite de cambios infinitesimales de temperatura como

$$dQ = c_p m \Delta T \qquad (3)$$

Generalmente se elimina la palabra “capacidad” y el nombre de esta magnitud queda simplemente como “*calor específico*”, cuyas unidades en el SI serán $J.Kg^{-1}. K^{-1}$. Teniendo en cuenta que un cambio de temperatura expresado en K es igual al mismo cambio expresado en ºC, sus unidades se expresan más usualmente como $J.Kg^{-1}. ºC^{-1}$.

MÉTODO.

(1) Limpie cuidadosamente el interior del vaso de Dewar, séquelo interior y exteriormente y determine la masa M_0 del vaso de Dewar y sus accesorios (termómetro y agitador).

(2) Pese los sólidos cuyo calor específico va a determinar.

(3) Llene el calorímetro con una cantidad adecuada de agua del grifo (el alumno mismo determinará cuál es esta cantidad realizando algunas pruebas previas) midiendo su temperatura. Cuando se estabilice, esta será la temperatura inicial del agua, T_i.

(4) Caliente ahora en un vaso agua, en la que habrá introducido uno de los sólidos cuyo calor específico hay que determinar; llevándola a ebullición y midiendo simultáneamente la temperatura. Cuando esta se estabilice, sacamos el sólido (cuya temperatura será la anteriormente medida) y lo introducimos inmediatamente en el agua del calorímetro.

(5) Ahora medimos la temperatura del agua hasta que se estabilice, anotándola entonces, T_f.

(6) Mediante una sencilla ecuación de balance energético, del tipo de la ecuación (1), y teniendo en cuenta que $\Delta T = T_f - T_i$, calcular el c_p del sólido utilizado.

(7) Repítase el proceso, al menos dos veces más.

(8) Repítase de nuevo todo lo anterior con los dos sólidos restantes.

(9) Determine el calor específico de los tres sólidos. Inclúyanse en este apartado las medidas realizadas, la justificación del número de las mismas, los cálculos que considere oportunos y exprese todas las magnitudes con el error correspondiente.

(10) Consultando tablas de valores de c_p hágase una estimación de qué clase de qué clase de sustancia es cada sólido medido.

PRÁCTICA Nº 13

LEY DE BOYLE

OBJETO

Verificación de la ley de Boyle en el caso del aire. Determinación de los coeficientes térmicos del aire.

MATERIAL

Aparato para la ley de los gases. Sistema termostático.

FUNDAMENTO

En 1662, Robert Boyle descubrió experimentalmente una relación entre la presión y el volumen de un gas encerrado en un recipiente: una masa dada de gas a temperatura constante, mantiene constante el producto de su presión por su volumen,

$$pV = \text{cte} \qquad (5)$$

Esta ley es rigurosamente cierta para gases ideales; para gases reales y a altas presiones, los errores son apreciables. Sin embargo, la ley de Boyle es suficientemente precisa para cualquier aplicación práctica a presión atmosférica y temperaturas próximas a la ambiente. Por lo tanto, si tenemos un gas en condiciones que cumplan la ley de Boyle, la representación gráfica de su evolución isoterma en un diagrama p-V, conduce a un arco de hipérbola equilátera que tiene por asíntotas los ejes coordenados, mientras que, si se representa gráficamente el producto *pV* en función de *p* se obtendrá una línea recta paralela al eje de abcisas.

Por otra parte, cuando a un sistema termodinámico le alteramos alguna de sus variables que sirven para especificar su estado, esa variación, en general, afecta a las demás variables de estado, y, en consecuencia, podemos hablar de la velocidad de cambio de una de sus variables con respecto a otras.

Para expresar estas velocidades de cambio, se introducen los coeficientes térmicos de un sistema, que se definen del siguiente modo:

Coeficiente de dilatación térmica, de dilatación isobárica o simplemente de dilatación, pues con cualquiera de las tres denominaciones se le denomina. Físicamente, se define como la velocidad de cambio, por unidad de volumen, de esta magnitud a medida que se cambia la temperatura, permaneciendo constante la presión. Se suele representar por el símbolo α y su definición se traduce en la expresión

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \qquad (6)$$

Coeficiente piezométrico. Expresa la rapidez de cambio, por unidad de presión, de esta magnitud a medida que varía la temperatura permaneciendo constante el volumen. Se suele representar por el símbolo β y se expresa por

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad (7)$$

En la práctica, este coeficiente es poco utilizado, ya que, experimentalmente, se determinan más fácilmente las variaciones del volumen, con la temperatura o con la presión, que las variaciones de la presión con las demás variables termodinámicas.

Coeficiente de compresibilidad isotermo. Se define como la rapidez de cambio, con signo negativo, del volumen con respecto a la presión, por unidad de volumen, cuando permanece constante la temperatura. Se representa por χ_T y su expresión matemática es:

$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \qquad (8)$$

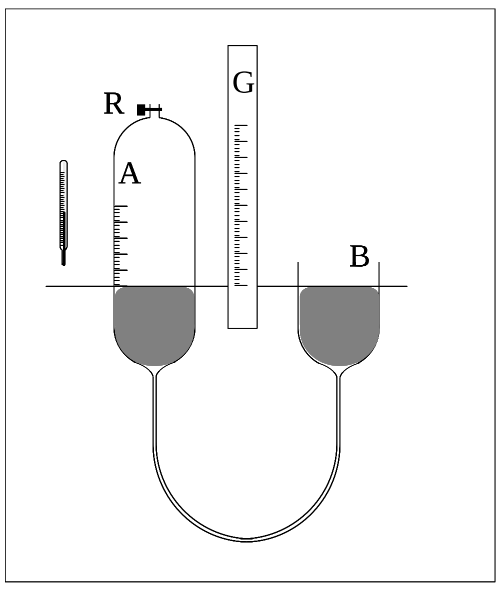
Entre estos tres coeficientes, se puede deducir la siguiente relación

$$\alpha = \beta \quad \chi_T \quad p \qquad (9)$$

MÉTODO

Para llevar a cabo la experiencia, disponemos de dos recipientes A y B, unidos mediante un tubo de teflón, que contienen mercurio (ver Fig. 1). Entre A y B hay una escala graduada G, que puede utilizarse tanto para el recipiente A como para la diferencia de nivel entre A y B.

Cuando el nivel de mercurio en ambos recipientes está igualado, se puede observar en G la altura del nivel correspondiente a la presión atmosférica p_0 (p_0, en milímetros de mercurio, se mide con ayuda del barómetro instalado en el laboratorio). Se mide el volumen V_0 de aire en el recipiente A (mediante G, como queda dicho), y que corresponde a la presión atmosférica.



Figura

Si se sube el recipiente B, el nivel de mercurio sube simultáneamente en A (ver Fig. 2) y el desnivel de mercurio en ambos recipientes es h_1, medido en la escala G. El volumen ocupado por la masa de gas es ahora distinto, V_1, mientras que la presión es p_0+h_1 (expresada en milímetros de mercurio). Para diferentes elevaciones (o descensos) de B, se obtienen distintos desniveles h_2, h_3, ...(en el caso de descensos, estos valores serán negativos) correspondientes a los volúmenes V_2, V_3,...

Se irán midiendo de esta forma las presiones y los volúmenes de la masa gaseosa encerrada en A, lo cual nos permitirá comparar el comportamiento del gas respecto al de un gas ideal.

Para poder determinar los coeficientes térmicos del gas, se repetirán las mediciones anteriores, pero manteniendo el recipiente A a diferentes temperaturas ayudados del sistema termostático.

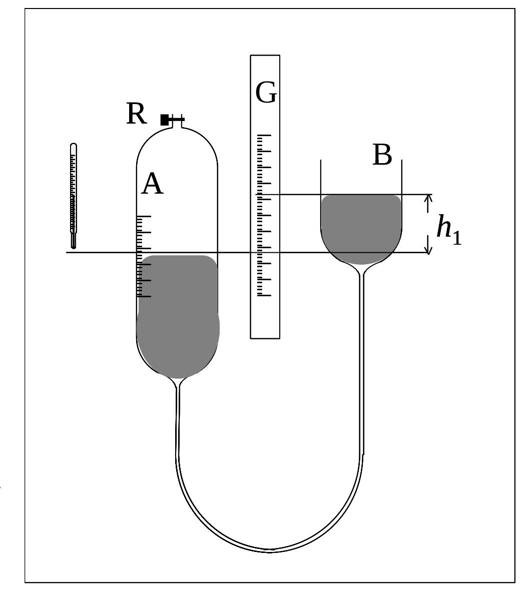


Figura 2

Medir unas 15 parejas (aproximadamente equidistantes entre si y abarcando hasta el extremo superior de G) de *p* (o *h*) y de *V* para temperaturas de 25, 30, 35, 40, 45 y 50 ºC, que fijaremos con ayuda del termostato y que mediremos con el termómetro auxiliar (dibujado en R en las figuras, pero que, en el aparato real, está situado en la parte alta de A). Se ha de tener la precaución de obtener, para dos temperaturas próximas, los valores de presión correspondientes a volúmenes iguales y los valores de volumen correspondientes a presiones iguales, imprescindibles para el cálculo del coeficiente de dilatación isóbara y del coeficiente piezotérmico.

Construir una tabla en la que se reflejen los valores de *p*, *V*, *pV* y 1/*V* para las distintas temperaturas.

Con los datos obtenidos se hará una representación gráfica de la presión en función del volumen y del producto *pV* en función de la presión para cada temperatura.

Para el cálculo del coeficiente de compresibilidad isotermo, hemos de tener en cuenta que se trata de escoger un punto sobre la gráfica p-V, determinar el valor de la pendiente de la curva en ese punto y dividirla por el volumen correspondiente. Para determinar el valor de la pendiente, consideraremos un par de puntos sobre la isoterma suficientemente próximos, y asimilar la derivada al cociente incremental $\Delta V/\Delta p$. Por esta razón se ha recomendado más arriba variar la presión poco a poco de una medida a otra. La expresión a utilizar será:

$$\chi_T = \frac{V_2 - V_1}{(p_2 - p_1)V_1} \qquad (6)$$

Calcular el coeficiente de compresiblidad isotermo para las diferentes temperaturas.

En cuanto al cálculo de *α*, tendremos en cuenta que, para una presión dada, se puede escribir:

$$\alpha_{T_1,T_2} = \frac{V_2 - V_1}{(T_2 - T_1)p_1} \tag{7}$$

donde V_1 es el volumen del gas a T_1 y V_2 a T_2.

Calcular el coeficiente de dilatación isóbaro para tres presiones distintas, sustituyendo en (7) los datos de volumen correspondientes a dos temperaturas próximas.

Igualmente, para un volumen dado, se obtiene:

$$\beta_{T_1,T_2} = \frac{p_2 - p_1}{(T_2 - T_1)p_1} \tag{8}$$

siendo p_1 la presión de un gas cuando está a la temperatura T_1 y p_2 la correspondiente a T_2.

Calcular el coeficiente piezotérmico para tres volúmenes distintos, sustituyendo en (8) los datos de presión correspondientes a dos temperaturas próximas.